ĐẠI HỌC QUỐC GIA TP. HỒ CHÍ MINH

TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ THÔNG TIN

A blue and white logo

Description automatically generated with medium confidence

BÀI TẬP

MÔN PHÂN TÍCH VÀ THIẾT KẾ THUẬT TOÁN

KHOA: KHOA HỌC MÁY TÍNH

HOMEWORK #03: ĐỘ PHỨC TẠP VÀ CÁC KÝ HIỆU TIỆM CẬN

GV hướng dẫn: Huỳnh Thị Thanh Thương

Nhóm thực hiện:

1. Nguyễn Đức Anh Phúc – 20520276 (trưởng nhóm)
2. Trương Thành Thắng – 20521907
3. Ngô Văn Tấn Lưu – 20521591
4. Huỳnh Viết Tuấn Kiệt – 20521494

a. Hãy cho biết ý nghĩa của “độ phức tạp” khi đề cập đến thuật toán?

|  |
| --- |
| “Độ phức tạp” không phải là thuật ngữ, đại lượng toán học được nghiên cứu bài bản. Khi đề cập đến thuật toán, “Độ phức tạp” được hiểu theo các ký hiệu tiệm cận, đại diện cho hệ thống các ký hiẹu tiệm cận, định lượng tương đối độ lớn số phép toán của giải thuật so với kích thước của bài toán. |

b. Hãy cho biết ý kiến của bạn về nhận định dưới đây và giải thích vì sao?

“Khi nghiên cứu về các thuật toán, người ta quan tâm đặc biệt đến tính hiệu quả về thời gian của chúng nhưng thường là quan tâm đến bậc tăng trưởng (order of growth) của hàm thời gian thực hiện của thuật toán, chứ không phải là bản thân thời gian thực hiện ”

|  |
| --- |
| Nhận định trên là đúng.  Trong thực tế, các bài toán mà con người cần giải quyết thường có kích thước rất lớn. Khi đó độ lớn về thời gian thực hiện giữa các thuật toán thường rất rõ ràng. Tuy nhiên, việc nghiên cứu thuật toán với kích thước đầu vào lớn như thực tế thì mất rất nhiều thời gian, bên cạnh đó, thời gian thực thi của thuật toán còn phụ thuộc vào điều kiện khác như tình trạng máy thực nghiệm, mà yếu tố này sẽ thay đổi theo thời gian, điều này không đảm bảo công bằng khi so sánh các thuật toán với nhau (mục tiêu của nghiên cứu). Ngoài thời gian thực hiện, Bậc tăng trưởng cũng là cách để đánh giá thời gian thực thi của thuật toán mà vẫn tránh được những vấn đề trên.  Vì vậy, trong nghiên cứu về thuật toán, người ta thường quan tâm đến bậc tăng trưởng. |

c. Nói về Độ phức tạp tức là đề cập tới các ký hiệu tiệm cận, mà có nhiều ký hiệu khác nhau. Vậy khi nào (trong trường hợp nào) thì nên dùng ký hiệu nào?

|  |
| --- |
| Trả về độ lớn số phép toán của giải thuật trong trường hợp xấu nhất. Là trường hợp mà khi nghiên cứu được quan tâm nhất.  Trả về độ lớn số phép toán của giải thuật trong trường hợp tốt nhất.  Trả về độ lớn số phép toán của giải thuật trong trường hợp trung bình. |

## Comparison of running times

For each function and time in the following table, determine the largest size of a problem that can be solved in time , assunming that the algorithm to solve the problem takes microseconds.

**Giải:**

Kích thước của bài toán được giải trong thời gian (ms)

Suy ra: , đơn điệu tăng

Vậy lớn nhất có thể là:

**Ví dụ:**

Với , trong , kích thước lớn nhất của bài toán có thể giải được là:

Với , trong , kích thước lớn nhất của bài toán có thể giải được là:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 second | 1 minute | 1  hour | 1 day | 1 month | 1 year | 1 century |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | 9 | 15 | 21 | 26 | 31 | 39 | 46 |
|  | 6 | 8 | 9 | 11 | 12 | 14 | 16 |

a. Phép suy ra bên dưới là đúng hay sai và vì sao?

và

???

|  |
| --- |
| Phép suy ra bên trên là chưa đúng, bởi dấu ở (1) và (2) có thể hiểu là dấu  Có nghĩa là , là 2 hàm bất kì thuộc cùng một tập hợp  Nên chưa đủ cơ sở để kết luận 2 hàm là bằng nhau. |

b. Xét

Chứng minh:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Chứng minh:  Giả sử chọn ta được:    Vậy chọn ,  Theo định nghĩa của Big-O, ta được (đccm)    Ta thấy:  Chọn ,  Theo định nghĩa của Big-O, ta được (đccm)    Ta thấy:  Chọn ,  Theo định nghĩa của Big-O, ta được (đccm)    Giả sử:  , sao cho  Suy ra:  Xét:   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | |  | 0 | | | |  |  |  |  |     (đccm) |

c. Chứng minh:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ta thấy:  Chọn: ,  Theo định nghĩa Big-, ta được (\*)  Mà (\*\*)  Từ (\*) và (\*\*) (đccm)    Giả sử:  Suy ra: (\*)  Chọn:  Ta thấy:  Chọn: ,  Theo định nghĩa Big-O, ta được  Từ (\*) suy ra  Xét   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | |  | 0 | | | |  |  |  |  |   Theo bảng, ta thấy: mà  để  Vậy giả thuyết là sai.  (đccm)    Ta thấy:  Chọn: ,  Theo định nghĩa Big-, ta được (\*)  Mà (\*\*)  Từ (\*) và (\*\*) (đccm) |

## Với mỗi nhóm hàm bên dưới, hãy sắp xếp tăng dần theo bậc tăng trưởng Big-O

|  |
| --- |
| **Group 1** |
| (  Vậy: |

|  |
| --- |
| **Group 2** |
| Vậy: |

|  |
| --- |
| **Group 3** |
| Vậy: |

|  |
| --- |
| **Group 4** |
| Vậy: |

## Chứng minh

|  |
| --- |
| với là hằng số |
| **Chứng minh: :**  Giả sử:  Suy ra:  Hay:  Chọn: ,  Theo định nghĩa Big-O ta được  Vậy  (\*)  **Chứng minh: :**  Giả sử:  Suy ra:  Hay:  Chọn: ,  Theo định nghĩa Big-O ta được g  Vậy  (\*\*)  Từ (\*) và (\*\*) (đccm) |

|  |
| --- |
| với là hằng số |
| **Chứng minh: :**  Giả sử:  Suy ra:  Hay:  Chọn: ,  Theo định nghĩa Big-O ta được  Vậy  (\*)  **Chứng minh: :**  Giả sử:  Suy ra:  Hay:  Chọn: ,  Theo định nghĩa Big-O ta được  Vậy  (\*\*)  Từ (\*) và (\*\*) (đccm) |

|  |
| --- |
| Nếu và thì |
| sao cho  sao cho  Suy ra:  Chọn: ,  Theo định nghĩa Big-O ta được (đccm) |

|  |
| --- |
| Nếu và  thì |
| sao cho  sao cho  Suy ra: ,        Chọn: ,  Theo định nghĩa Big-O ta được (đccm) |

## Chứng minh

|  |
| --- |
| If , then |
| sao cho  Suy ra:  Chọn: ,  Theo định nghĩa Big- ta được (đccm) |

|  |
| --- |
| , where |
| **Chứng minh:**  Giả sử:  Suy ra:    Hay:  Chọn:  Theo định nghĩa Big- ta được  Vậy:  (\*)  **Chứng minh:**  Giả sử:  Suy ra:    Hay:  Chọn:  Theo định nghĩa Big- ta được b  Vậy:  (\*\*)  Từ (\*) và (\*\*) (đccm) |

|  |
| --- |
|  |
| **Chứng minh:**  Giả sử:  Suy ra:  Ta thấy: ,  ,    Vậy:  (\*)  **Chứng minh:**  Giả sử:  Suy ra:        Vậy:  (\*\*)  Từ (\*) và (\*\*) (đccm) |

|  |
| --- |
|  |
| Giả sử: , và  Ta thấy: và  Suy ra:  Hay:  Chọn: , ,  Theo định nghĩa Big- ta được (đccm) |

|  |
| --- |
|  |
| Ta thấy:  Chọn: , ,  Theo định nghĩa Big- ta được  Hay (đccm) |

## Các khẳng định bên dưới là đúng hay sai? Vì sao?

|  |
| --- |
| Nếu và , thì |
| (1)    (2)  Từ (1) và (2)      Chọn: , ,  Theo định nghĩa Big- ta được  Vậy khẳng định trên là đúng. |

|  |
| --- |
| Nếu và , thì |
| Với  (1)  Với  (2)  Từ (1) và (2)  Chọn: ,  Theo định nghĩa Big- ta được  Vậy khẳng định trên là đúng. |

|  |
| --- |
| Nếu và , thì |
| Với  (1)  Với  (2)  Từ (1) và (2) ta thấy lần lượt là một hàm trong tập các hàm thỏa mãn điều kiện (1), (2).  Vì vậy vẫn chưa đủ cơ sở để khẳng định  Vậy khẳng định trên là chưa đúng. |

|  |
| --- |
|  |
| Ta thấy:  Chọn: ,  Theo định nghĩa Big- ta được  Vậy khẳng định trên là đúng. |

|  |
| --- |
|  |
| Ta thấy:    Chọn:  Theo định nghĩa Big- ta được  Vậy khẳng định trên là đúng. |

|  |
| --- |
|  |
| Giả sử:    Lấy log cơ số 2 cho hai vế ta được:    không tồn tại thỏa  Vậy khẳng định trên là sai. |

|  |
| --- |
|  |
| Ta thấy:  Chọn: , ,  Theo định nghĩa Big- ta được  Vậy khẳng định trên là đúng. |

## Chứng minh các tính chất sau:

|  |
| --- |
| **I)** |
| Chọn: ,  Theo định nghĩa Big-O ta được: (đccm) |

|  |
| --- |
| **II)** |
| Chọn: ,  Theo định nghĩa Big-O ta được  Vậy thì  (\*)  Mặc khác: **giả sử**        Chọn: ,  Theo định nghĩa Big-O ta được  Vậy thì  (\*\*)  Từ (\*) và (\*\*) nếu  Kết luận: (đccm)  Dấu xảy ra khi |

|  |
| --- |
| **III)** và |
| **Chứng minh và**  Từ tính chất (II) được chứng minh ở trên:  Với (1)  Với (2)  Từ (1) và (2) kết luận:  Nếu và (\*)  **Chứng minh và**  Giả sử: và đơn điệu tăng  và đơn điệu tăng  Ta thấy:  Chọn: ,  Theo định nghĩa Big-O ta được  Mà nên (3)    Bên cạnh đó, ta thấy:  Chọn: ,  Theo định nghĩa Big-O ta được  Mà nên (4)  Từ (3) và (4) kết luận:  Nếu và (\*\*)  Từ (\*) và (\*\*) ta được:  và (đccm) |

|  |
| --- |
| **IV)** và |
| Được chứng minh trong tính chất (II) ở trên:    Dấu xảy ra khi  Tuy nhiên theo giả thuyết: , vì vậy dấu sẽ không xảy ra.  Suy ra: nếu và (\*)  Chứng minh chiều ngược lại:  Giả sử: và đơn điệu tăng  và đơn điệu tăng  Ta thấy:  Chọn: ,  Theo định nghĩa Big-O ta được  Mà nên (1)  Áp dụng tính chất (III) được chứng minh ở câu trước:    (2)  Từ (1) và (2) ta được:  Nếu (\*\*)  Từ (\*) và (\*\*) ta kết luận được:  và (đccm) |

|  |
| --- |
| **V)** |
| Chọn: ,  Theo định nghĩa Big-O ta được (đccm) |

A picture containing graphical user interface

Description automatically generated